

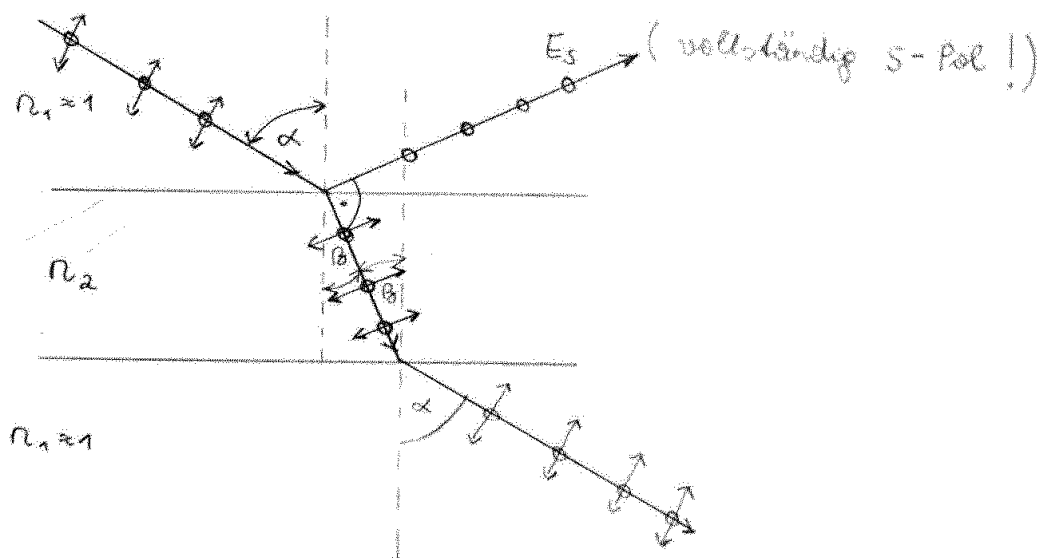
Musterlösung:

Aufgabe 1 planparallele Glasplatte

- a) Die Glasplatte muß unter dem Brewsterwinkel in den Strahl gestellt werden, denn für diesen Winkel wird nur der senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Anteil des unpolarisierten Lichtbündels reflektiert. Der parallel zur Einfallsebene polarisierte Anteil wird komplett transmittiert.

$$\tan(\alpha_B) = \frac{n_2}{n_1} \approx n_2; \quad n_1=1 \text{ (Luft !)}$$

$$\Rightarrow \alpha_B = \arctan(1,4) = \underline{\underline{54,5^\circ}}$$



$$b) \quad R_s = \left| \frac{\cos \alpha - n_2 \cos \beta}{\cos \alpha + n_2 \cos \beta} \right|^2 = \left(\begin{array}{l} \text{Für den Brewster-Winkel} \\ \text{gilt: } \alpha + \beta = 90^\circ \\ \Rightarrow \cos \beta = \sin \alpha \end{array} \right)$$

$$= \left| \frac{\cos \alpha_B - n_2 \cdot \sin \alpha_B}{\cos \alpha_B + n_2 \cdot \sin \alpha_B} \right|^2 = \left| \frac{1 - n_2 \cdot \tan \alpha_B}{1 + n_2 \cdot \tan \alpha_B} \right|^2 =$$

$$\underline{\underline{R_s = \left| \frac{1 - n_2^2}{1 + n_2^2} \right|^2}}$$

$$T_s = 1 - R_s = 1 - \left| \frac{1 - 1.4^2}{1 + 1.4^2} \right|^2 = \underline{\underline{0,895}}$$

$$\rho = \frac{|I_p - I_s|}{|I_p + I_s|} = \frac{|\frac{1}{2} I_0 - T_s \frac{1}{2} I_0|}{|\frac{1}{2} I_0 + T_s \frac{1}{2} I_0|} = \left| \frac{1 - T_s}{1 + T_s} \right|$$

Aus Symmetriegründen wird an der Grenzfläche
Glas-Luft der selbe Prozentsatz an s-Pol Licht transmittiert
wie beim Übergang Luft-Glas! $\Rightarrow T_{\text{Platte}} = T_s^2$

$$\rho_{\text{ges}} = \left| \frac{1 - T_s^2}{1 + T_s^2} \right| = \underline{\underline{0,11}}$$

- c.) Der Polarisationsgrad des transmittierten Anteils
lässt sich durch Verwendung mehrerer Platten erhöhen!

Lösung Aufgabe 2:

a)

Strahlmatrizen:

$$\text{Translation: } T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Linsen: } L_i = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Gesamtmatrix:

$$S = L_2 T L_1 = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f_1} \\ d & 1 - \frac{d}{f_1} \end{pmatrix}$$
$$S = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d}{f_2} & -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} + \frac{d}{f_1 f_2} \\ d & 1 - \frac{d}{f_1} \end{pmatrix}$$

b)

Ersatzmatrix mit dünner Linse:

$$L_d = T_2 L T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{f} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - \frac{d_1}{f} & -\frac{1}{f} \\ d_1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$L_d = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d_1}{f} & -\frac{1}{f} \\ d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} & 1 - \frac{d_2}{f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

Koeffizientenvergleich:

1. Brennweite:

$$-\frac{1}{f} = B \quad \Rightarrow \quad f = -\frac{1}{B} \quad \Rightarrow \quad f = -\frac{1}{-\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} + \frac{d}{f_1 f_2}}$$

2. Hauptebenen:

$$1 - \frac{d_1}{f} = A \quad \Rightarrow \quad d_1 = f(1 - A) \quad \Rightarrow \quad d_1 = f \frac{d}{f_2}$$

$$1 - \frac{d_2}{f} = D \quad \Rightarrow \quad d_2 = f(1 - D) \quad \Rightarrow \quad d_2 = f \frac{d}{f_1}$$

Aufgabe 3 **Wendelsteinteleoskop**

- a) Die beugungsbegrenzte Auflösung des Wendelsteintelestoks errechnet sich zu $\Delta\phi = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ [1 Punkt], wobei D der Durchmesser des Teleskops ist. Damit erhält man bei einer Wellenlänge von $\lambda = 500nm$ $\Delta\phi = 0.16''$ [1 Punkt]. Dies ist wesentlich weniger als das reale Auflösungsvermögen, welches sich damit also nicht erklären läßt.
- b) Die Begrenzung auf das reale Auflösungsvermögen wird durch Luftunruhe (aufsteigende und absteigende Luftschichten, sog. Eddies) verursacht, die zu einer Schwankung im Brechungsindex der Luft und damit zu einer Verschmierung des Bildes einer punktförmigen Quelle führen. [1 Punkt]
- c) Mindestdurchmesser eines Teleskops um das reale Auflösungsvermögen $\Delta\phi = 1''$ zu erreichen: $D = 1.22 \frac{\lambda}{\Delta\phi}$ [1 Punkt]
 $= 0.126m$ [1 Punkt]
- d) Für große Entfernungen läßt sich der Auflösungswinkel $\Delta\phi$ näherungsweise darstellen durch: $\Delta\phi \approx \frac{\Delta l}{e}$, wobei Δl die Größe des auflösbaren Objekts und e die Entfernung ist. Damit ergibt sich als kleinster Abstand der mit dem Wendelsteinteleoskop unter Verwendung des real auflösbaren Winkelabstands von $1''$ auf dem Mond noch auflösbar ist: $\Delta l = \frac{2\pi}{3606060}e = 1.75km$ [1 Punkt]

Aufgabe 4 Anti-Reflexbeschichtung

- a) Die Bedingung für destruktive Interferenz lautet hier:

$$\text{optischerWeg} = m\lambda + \frac{\lambda}{2} \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$= \frac{2nd}{\lambda} = m + \frac{1}{2}.$$

Für die erste Ordnung ($m = 0$) muss die Dicke der Schicht $d = \frac{\lambda}{4n} = 97,8nm$ sein. [1 Punkt]

- b) Für destruktive Interferenz bei der nächsthöheren Ordnung gilt
- $\lambda = \frac{2nd}{3/2}$
- [1 Punkt]

$= 180nm$. Das liegt weit außerhalb des sichtbaren Spektralbereichs. [1 Punkt]

- c) Es treten Reflexionen an der Anti-Reflexschicht selbst (
- E_{r1}
-), sowie am Übergang zwischen Anti-Reflexschicht und Glas auf (
- E_{r2}
-), der Reflexionskoeffizient der beiden Schichten sei jeweils gleich:

$$E_{r1} = rE_0 \exp -i(\omega t + kr)$$

$$E_{r2} = rE_0 \exp -i(\omega t + kr + \Delta\phi)$$

Wobei $\Delta\phi = 360^\circ \frac{2nd}{\lambda}$ die Phasenverschiebung ist, die dem Weg entspricht, denn das reflektierte Licht zurücklegt, wenn es an der Grenzschicht Beschichtung- Glas reflektiert wird. Damit ergibt sich für die gesamte Reflexion E_r :

$$E_r = rE_0 \exp -i(\omega t + kr)(1 + \exp -i\Delta\phi)$$

Dann ergibt sich für die reflektierte Intensität:

$$I = E_r E_r^* = r^2 E_0^2 (1 + \exp -i\Delta\phi)(1 + \exp +i\Delta\phi)$$

$$= r^2 E_0^2 (2 + 2 \cos(\Delta\phi))$$

$$= r^2 E_0^2 4 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \quad [1 \text{ Punkt}]$$

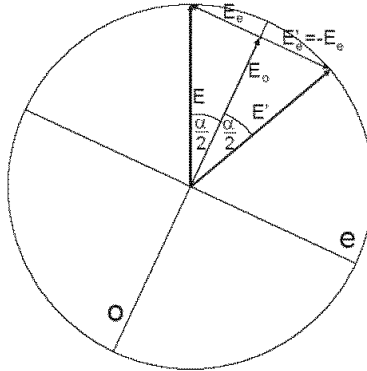
Da n und d bekannt sind, kann die Phasendifferenz für beliebige Wellenlängen berechnet werden und damit die reflektierte Intensität. Wir erhalten für $400nm$ bzw. $700nm$: $I_{400} = 0.273I_{max}$ bzw. $I_{700} = 0.124I_{max}$ [1 Punkt] Es tritt also für diese Wellenlängen nur teilweise destruktive Interferenz auf.

Lösung Aufgabe 5:

a)

Einzustellender Winkel: $\frac{\alpha}{2}$

Phasenverschiebung π



zum Bild:

einfallende Polarisation: E
 gedrehte Polarisation: E'
 Komponenten vor $\lambda/2$: E_o, E_e
 Komponenten nach $\lambda/2$: $E_o' = E_o, E_e' = -E_e$

b)

Für die Polarisation in Abhängigkeit der Kristallposition z gilt (Kristallursprung bei $z = 0$):

$$\vec{E}(z) = \begin{pmatrix} E_o e^{i[k_o r - \omega t]} \\ E_e e^{i[k_e r - \omega t]} \end{pmatrix} = e^{i(k_o r - \omega t)} \begin{pmatrix} E_o \\ E_e e^{i(k_o - k_e)r} \end{pmatrix} = e^{i(k_o r - \omega t)} \begin{pmatrix} E_o \\ E_e e^{i\Delta k r} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \Delta k \cdot r = \pi$$

$$\Rightarrow r = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)} = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)} = 2,92 \mu\text{m}$$

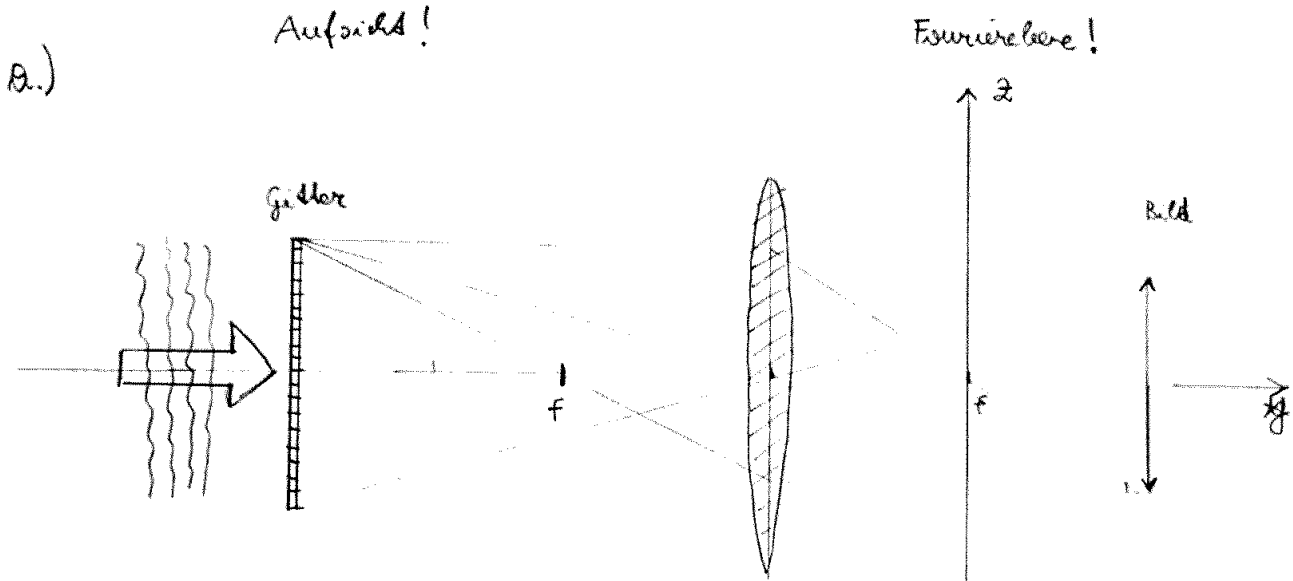
c)

Andere Möglichkeiten die Polarisation zu drehen:

- optische Aktivität
- Faraday Effekt
- Reihe von Polarisatoren jeweils um einen kleinen Winkel gedreht
- Elektrooptischer Effekt

Musterlösung

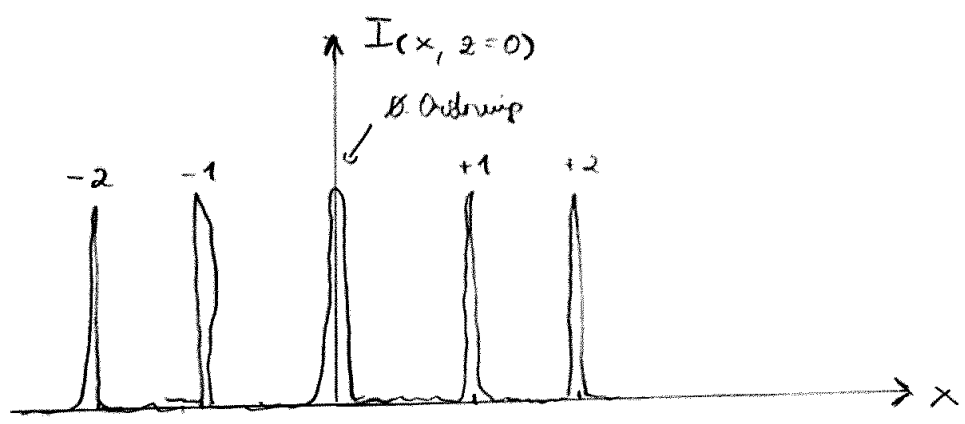
Aufgabe 6 : Fourieroptik



$$\boxed{\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \Rightarrow \frac{f \cdot g}{g - f} = b$$

$f = 5 \text{ cm}$
 $g = 7 \text{ cm} \rightarrow b = 8,75 \text{ cm}$

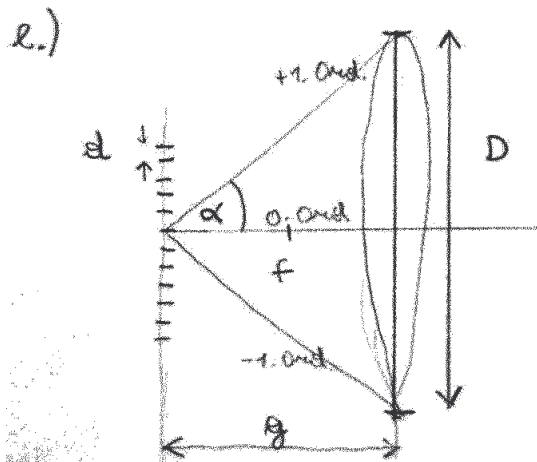
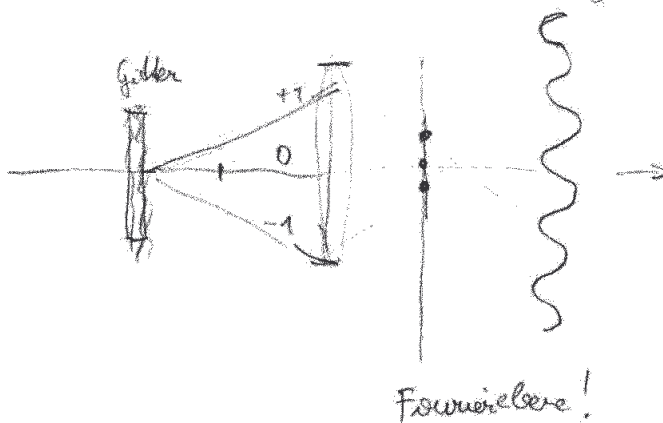
Beugungsmuster in der Fourierebene:



c.) In der Nullten Beugungsordnung ist keine räumliche Information über das Objekt enthalten sondern nur die Helligkeit. Läßt man daher nur diese Ordnung passieren, so erhält man eine homogen ausgeleuchtete Fläche!

d.) Die ± 1 Beugungsordnung muß die Linse passieren!
 Höhere Beugungsordnungen tragen jedoch entscheidend zum Kontrast der Kanten eines Stufengitters bei und erhöhen daher die Auflösung.
 Erfolgt man die Bildentstehung als Beugungsvorgang am Beugungsmuster in der Fourierebene auf, so entspricht das "Bild" der Fouriertransformierten des ursprünglichen Beugungsmusters!

Sinus-Gitter" als Bild
 " falls nur ± 1 Ordnung zur Bildentstehung beitragen



Beugung am periodischen Gitter:

$$\sin \alpha = n \cdot \frac{\lambda}{d} = \frac{D}{2 \sqrt{\theta^2 + \frac{D^2}{4}}}$$

$$d = \frac{2 \lambda \sqrt{\theta^2 + \frac{D^2}{4}}}{D} = 7 \mu\text{m}$$