

3. Klausur

Donnerstag, 06.02.2003 — Bearbeitungszeit: 120 Minuten

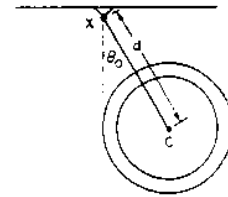
1 Rasendes Elektron (10 Punkte)

In einem Linearbeschleuniger wird ein Elektron auf die Geschwindigkeit $v = 0,6c$ beschleunigt ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Anschließend durchfliegt es mit konstanter Geschwindigkeit eine Strecke L von 9 m Länge.

- Wie lange braucht das Elektron, um diese Strecke zu durchfliegen im System S des ruhenden Beschleunigers?
- Welche Zeit vergeht dabei im Ruhesystem S' des Elektrons?
- Wie lang ist die Strecke für das Elektron, also im System S' ?
- Wie groß ist die Masse des Elektrons im Vergleich zur Ruhemasse, gemessen im System S ?
- Welche kinetische Energie hat das Elektron im Vergleich zur Ruheenergie im System S ?

2 Pendelndes Rad (8 Punkte)

Gegeben sei ein ideales Rad der Masse m mit dem Trägheitsmoment I_C um seine Achse C . Das Rad hängt an einem Stab der Länge d , dessen Masse und Trägheitsmoment vernachlässigbar sind und der sich in der Ebene des Rades frei um den Aufhängepunkt X bewegen kann (s. Abb.). Das Rad wird um den Winkel θ_0 aus der Ruhelage ausgelenkt und losgelassen ($\theta_0 \ll 1$). Berechnen Sie für *jeden* der Fälle A und B:



- die Schwingungsdauer des Stabes.
- die Winkelbeschleunigung $\ddot{\theta}$ wenn $\theta = \theta_0$.
- die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}$ wenn $\theta = 0$.

Fall A: Das Rad kann sich reibungsfrei um die Achse C drehen.

B: Rad und Stab sind in C fest miteinander verbunden und pendeln als ein starrer Körper um X .

3 Wasserwellen (4 Punkte)

- Die Phasengeschwindigkeit einer Wasserwelle der Wellenlänge λ ist bei Vernachlässigung der Oberflächenspannung und unter Annahme „unendlicher“ Wassertiefe

$$v_{\text{ph}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad , \quad (g : \text{Erdbeschleunigung})$$

Wie groß ist die Gruppengeschwindigkeit? Welche Gruppen- und Phasengeschwindigkeit erhält man bei $\lambda = 1000$ m?

- Unter Berücksichtigung der Oberflächenspannung lautet die Dispersionsrelation $\omega(k)$ einer Oberflächenwelle auf einer Flüssigkeit der Dichte ρ und Oberflächenspannung T

$$\omega = \sqrt{\frac{k^3 T}{\rho} + gk} \quad .$$

falls die Flüssigkeit ausreichend tief ist. Berechnen Sie Gruppen- und Phasengeschwindigkeit einer solchen Welle.

4 Molekülschwingungen (8 Punkte)

Die Wechselwirkungskraft zwischen zwei Atomen eines bestimmten zweiatomigen Moleküls werde näherungsweise beschrieben durch $F = -a/r^2 + b/r^3$, wobei r der Abstand zwischen den Atomen und a und b positive Konstanten sind.

- Zeichnen Sie einen Graphen, um das Verhalten von F in Abhängigkeit von r aufzuzeigen.
- Finden Sie den Gleichgewichtsabstand.
- Bestimmen Sie die effektive Federkonstante für kleine Auslenkungen aus dem Gleichgewichtsabstand.
- Bestimmen Sie die Periodendauer für kleine Oszillationen um die Gleichgewichtslage.

5 Federpendel (4 Punkte)

Ist die folgende Überlegung richtig? Begründen Sie Ihre Aussage!

Eine frei hängende Feder reiche bis zum Punkt $y = 0$. Nach Anhängen einer Masse m dehnt sich die Feder infolge der Gravitationskraft mg . Gleichgewicht ist erreicht, wenn der Verlust an potentieller Energie der Masse mgy gerade gleich dem Gewinn an potentieller Energie der Feder $\frac{1}{2}ky^2$ ist. Folglich gilt

$$mgy = \frac{1}{2}ky^2$$

und für die neue Ruhelage ergibt sich

$$y = \frac{2mg}{k}$$

6 Hydrodynamik (6 Punkte)

Geben Sie die Euler-Gleichung, die Navier-Stokes'sche Gleichung sowie die Bernoulli-Gleichung an und erläutern Sie die auftretenden Terme.

7 Erde mit Loch (15 Punkte — Zusatzaufgabe!)

Wenn sich ein Gegenstand innerhalb einer großen Kugel konstanter Dichte befindet, so ist die Gravitationskraft, die aufgrund der Masse dieser Kugel auf den Gegenstand wirkt, betragsmäßig proportional zum Abstand des Gegenstandes vom Zentrum der Kugel. Sei die Erde eine solche Kugel mit homogener Massenverteilung und einem Loch, das Nord- und Südpol verbinde.

- Das Loch sei evakuiert. Stellen Sie die Bewegungsgleichung (=Differentialgleichung der Bewegung) des Gegenstandes auf und lösen Sie sie.
Wie lang braucht ein Gegenstand, der am Südpol in das Loch fallen gelassen wird, um zum Nordpol zu gelangen? Mit welcher Geschwindigkeit passiert er den Erdmittelpunkt? (5 P.)
- Das Loch sei mit Wasser konstanter Dichte ($\rho_W = 1,0 \text{ g/cm}^3$) und Temperatur gefüllt. Bei dem Gegenstand handle es sich um eine (glasierte) Tonkugel der Dichte $\rho_K = 2,0 \text{ g/cm}^3$, die im Wasser u. a. eine geschwindigkeitsabhängige Kraft (Strömungswiderstand) μv mit $\mu = 10^{-3} \text{ kg/s}$ erfährt.

Stellen Sie die Bewegungsgleichung der Kugel auf und lösen Sie diese mit dem Ansatz

$$r(t) = e^{-at} (A \cos \omega t - B \sin \omega t)$$

Bestimmen Sie A, B, a, ω .

(10 P.)

Hinweis: Standard-Erdbeschleunigung an der Erdoberfläche: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
Erdradius: $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.