Klausur zur Vorlesung MECHANIK (P1) — Prof. D. Habs / Prof. H. Lesch — WS 02/03

1. Klausur

Donnerstag, 28.11.2002

1 Satellit in Umlaufbahn (7 Punkte)

Ein Satellit auf einer erdnahen Bahn (620 km über der Erdoberfläche) hat eine Umlaufszeit von 97 Minuten. Wie groß muß der Bahnradius sein, wenn die Umlaufszeit 24 h betragen soll?

Berechne für beide Fälle potentielle, kinetische und Gesamtenergie des Satelliten, wenn dieser eine Masse von 10 t besitzt. (Erdradius $R_E = 6370$ km, Erdbeschleunigung $g = 9.81\text{m/s}^2$)

2 Vektoren (6 Punkte)

Berechne unter Verwendung der Differentiationsregeln für Vektoren $\vec{r} = \vec{r}(t)$ die Ableitungen

$$(a)\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\vec{r}|\quad ,\qquad (b)\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{r}\times\dot{\vec{r}}\right)\quad ,\qquad (c)\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\vec{r}\cdot\left(\dot{\vec{r}}\times\ddot{\vec{r}}\right)\right]\quad .$$

3 Kraftfeld (6 Punkte)

Untersuche, ob das folgende (normierte) Kraftfeld konservativ ist:

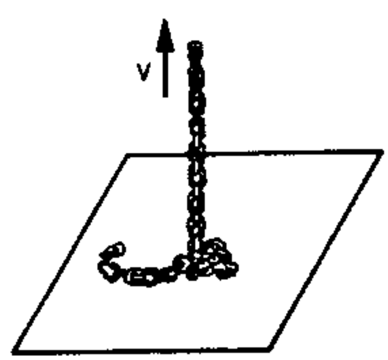
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} yz + 12\,xy \\ xz - 8\,yz^3 + 6\,x^2 \\ xy - 12\,y^2z^2 \end{pmatrix}$$

Falls es sich um ein konservatives Kraftfeld handelt, gib ein Potential an. Ist dieses eindeutig?

Falls das Kraftfeld nicht konservativ ist, gib einen Weg S an, für den $\oint_S \vec{F}\mathrm{d}\vec{r} \neq 0$.

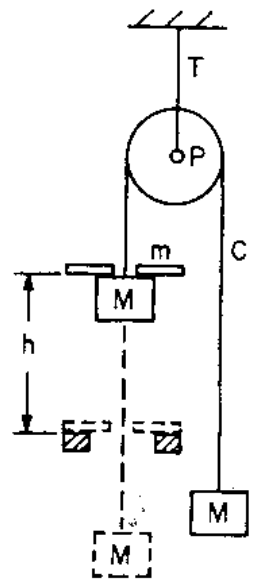
4 Kette auf Tisch (5 Punkte)

Eine Kette der Länge l mit der Masse m liegt in Ruhe auf einer Tischplatte. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein Ende der Kette ergriffen und mit konstanter Geschwindigkeit v senkrecht angehoben. Bestimme die Hebekraft als Funktion der Zeit.
Nimm an, die Masse sei konstant über die ganze Kette verteilt.



5 Messung der Erdbeschleunigung (5 Punkte)

Eine einfache Anordnung zur Messung der Erdbeschleunigung ist in nebenstehender Abbildung gezeigt. Umlenkrolle P und Seil C haben vernachlässigbare Masse und Reibung. Das System ist ausbalanciert mit gleichen Massen M auf beiden Seiten der Rolle, dann wird auf einer Seite (links) eine kleine Zusatzmasse m aufgelegt. Die kombinierten Massen werden über eine bestimmte Strecke h beschleunigt, bis die Zusatzmasse von einem Ring abgestreift wird und die beiden gleichen Massen sich mit konstanter Geschwindigkeit v weiterbewegen.
Berechne die Erdbeschleunigung g aus den gemessenen Werten von M, m, h und v.



6 Rotierende Masse (11 Punkte)

Eine Punktmasse m rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 im Abstand r_1 um eine Achse (Zustand 1).

(a) Wie groß ist der Drehimpuls der Anordnung?

(b) Wie verändert sich die Winkelgeschwindigkeit, wenn eine senkrecht zur Achse gerichtete Kraft den Abstand der Masse zur Achse auf den Wert r_2 verkürzt (Zustand 2)?

(c) Berechne die Rotationsenergien E_1, E_2 für die Zustände 1 und 2 sowie $\Delta E = E_2 - E_1$.

(d) Berechne aus dem Ansatz $W = \int \vec{F}\, \mathrm{d}\vec{r}$ die Arbeit, die notwendig ist, um die Masse m gegen die Zentrifugalkraft nach innen zu ziehen und vergleiche das Ergebnis mit denen aus Aufgabe c).

(e) Berechne als Beispiel die (Netto-)Zentrifugalkraft, die auf die Achse einer Turbopumpe wirkt, deren Turbine mit 80 000 Umdrehungen pro Minute rotiert und in 10 cm Entfernung von der Achse eine Unwucht von 1 g besitzt.