MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. H. Steinlein

SS 2003
27.05.2003

Erste Klausur zur linearen Algebra für Physiker (MPIIB)

Nachname: .... Vorname: ....

Geburtsdatum: ....

1	2	3	4	5	6	$\sum$

Bitte beachten Sie:

1. **Bitte tragen Sie sofort auf jedem Blatt Ihren Namen ein!**
2. **Kontrollieren Sie bitte, ob Sie alle 7 Seiten (Deckblatt + 6 Aufgaben) erhalten haben!**
3. Arbeitszeit: 18:15 - 20:15 Uhr.
4. Zugelassene Hilfsmittel: Schreibgerät.
5. Bei jeder Aufgabe sind 6 Punkte erreichbar.
6. **Schreiben Sie auf gar keinen Fall Lösungsvorschläge zu einer Aufgabe auf das zu einer anderen Aufgabe gehörende Papier!**
7. Bei Bedarf kann zusätzlich Papier angefordert werden.

Viel Erfolg!

Nachname: .... Vorname: ....

1. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $C \in M(3 \times 3; \mathbb{R})$.

$$C := \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

Nachname: .... Vorname: ....

2. Invertieren Sie die Matrix

$$B := \begin{pmatrix} 4 & 5 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

Nachname: .... Vorname: ....

3. Beweisen Sie die Ähnlichkeit der beiden Matrizen A und B mit:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

und geben Sie eine Transformationsmatrix an.

Nachname: .... Vorname: ....

4. Bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} x+1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & x & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & x \end{pmatrix}$$

Nachname: .... Vorname: ....

5. Sei $A \in M(n \times n; K)$ eine Diagonalmatrix. Ändern Sie nun eine beliebige Spalte k der Matrix A, wobei das Diagonalelement beibehalten wird. Die dabei entstehende Matrix heiße B. Zeigen Sie:

$$\det(A) = \det(B) \ .$$

Nachname: .... Vorname: ....

6. Sei K ein Körper, $n \in \mathbb{N}$, $A \in M(n \times n; K)$, $B \in M(n \times n; K)$, wobei mindestens eine der beiden Matrizen invertierbar sei.

   a) Zeigen Sie:
   $$\det(E_n + AB) = \det(E_n + BA) \ .$$

   b) Sei nun $A \in M(n \times 1; K)$, $B \in M(1 \times n; K)$. Zeigen Sie
   $$\det(E_n + AB) = \det(E_1 + BA) \ .$$