Mathematisches Institut
der Universität München
Horst Osswald

7.2.2004
Klausur

Lineare Algebra für Informatiker I

Aufgabe 1 Seien $b_1, ..., b_4 \in \mathbb{R}$ und sei
$-x - 2z = b_1$
$3x + 4y + 2z + 4u = b_2$
$y - z + u = b_3$
$2x + y + 3z + u = b_4$
(a) Bestimmen Sie eine Basis des Lösungsraums des zugehörigen homogenen Gleichungssystems. [2 Punkte]
(b) Bestimmen Sie eine spezielle Lösung des Gleichungssystems für $(b_1, ..., b_4) := (-3, 5, -1, 5)$ und damit die Gesamtheit der Lösungen. [2 Punkte]
(c) Finden Sie mindestens ein $(b_1, ..., b_4) \in \mathbb{R}^4$, für das das Gleichungssystem keine Lösung hat. [2 Punkte]

Aufgabe 2 Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linear mit $M_{E_2}^{E_3}(f) := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, wobei E_3, E_2 die kanonischen Basen des $\mathbb{R}^3$ bzw. des $\mathbb{R}^2$ sind. Sei $A := (a, b, c)$ und $B := (u, v)$ mit $a := (2, 1, -1), b := (1, 0, 3), c := (-1, 2, 1)$, $u := (1, 1), v := (1, -1)$.
(a) Berechnen Sie $M_{((0,1),(1,0))}^{((0,1,0),(0,0,1),(1,0,0))}(f)$. [2 Punkte]
(b) Berechnen Sie $f(1, 2, 3)$. [2 Punkte]
(c) Berechnen Sie $M_B^A(f)$. [2 Punkte]

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die inverse Matrix von $M := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. [2 Punkte]

Aufgabe 4 Seien U, V Vektorräume über K, sei W ein Untervektorraum von V und sei $f : U \to V$ linear. Zeigen Sie, daß $S := \{x \in U \mid f(x) \in W\}$ ein Untervektorraum von U ist. [2 Punkte]