MATHEMATICSCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Dr. W. Spann
Dr. S. Wugalter, K. Linde

Wintersemester
2003/2004

Name und Vorname:

2. Klausur (Analysis für Informatiker, Bioinformatiker und Medieninformatiker)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe
zu erreichende Punktzahl	4	4	4	4	4	4	24
erreichte Punktzahl							

Bearbeitungszeit: 120 min.

Schreiben Sie bitte auf **jedes** Blatt **leserlich** Ihren Namen. Blätter ohne Namen werden nicht korrigiert.
Auf jedem Blatt darf nur **eine** Aufgabe bearbeitet sein.
Wenn Sie zusätzliches Papier benötigen, wenden Sie sich an die Klausuraufsicht. Achten Sie darauf, dass Sie auch auf diese Blätter Ihren Namen schreiben.

Viel Erfolg!

Name und Vorname:

1.) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2k^2-1}}$ (1 Punkt)

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k^2+1}}$ (1,5 Punkte)

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{4^k}{k!}$ (1,5 Punkte)

Name und Vorname:

2.) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen

(a) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k x^k$ (1 Punkt)

(b) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3}{k}\right)^k k! x^k$ (1,5 Punkte)

(Hinweis: Benutzen Sie ohne Beweis: $\lim_{k\to\infty} \frac{\sqrt[k]{k!}}{k} = \frac{1}{e}$.)

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} 4^{(k^2)} x^k$ (1,5 Punkte)

Name und Vorname:

3.) Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen

(a) $f(x) = x^{\cos(x)}$ $(x > 0)$ (1 Punkt)

(b) $g(x) = \ln\left(\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)$ $(x > 1)$ (1 Punkt)

(c) $h(x) = \left(\sqrt{2}\right)^x \cdot x^{\sqrt{2}}$ $(x > 0)$ (1 Punkt)

(d) $k(x) = \sqrt[x^2]{x^2}$ $(x > 0)$ (1 Punkt)

Name und Vorname:

4.) Es sei die Funktion $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.

(a) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ und $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$. (1 Punkt)

(b) Zeigen Sie, dass die Funktion an der Stelle $x = e$ ihren maximalen Wert annimmt. (1,5 Punkte)

(c) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\frac{\ln(x)}{x} = y \text{ für } y \in (0, \frac{1}{e})$$

zwei Lösungen besitzt und für $y \leq 0$ genau eine Lösung besitzt. (1,5 Punkte)

Name und Vorname:

5.)

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$ für $0 < x < e$ eine auf $(-\infty, \frac{1}{e})$ differenzierbare Umkehrfunktion besitzt. (2 Punkte)

(b) Bestimmen Sie $(f^{-1})'(0)$. (2 Punkte)

Name und Vorname:

6.) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x^2)}{x^2}$ (1 Punkt)

(b) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}, x>\frac{\pi}{2}} \frac{|\sin(x)-1|}{\sin(x)-1}$ (1 Punkt)

(c) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x)+x}{x^2}$ (1 Punkt)

(d) $\lim_{x\to 0} x^{(x^x)}$ (1 Punkt)